Chapitre 11 : Trigonométrie

1 Introduction

Exemple n° 1.
Tout angle aigu (strictement inférieur à 90°) possède un cosinus, un sinus et une tangente. Ce sont des rapports de longueurs, donc des nombres *sans unité*.

2 Sinus, cosinus, tangente

2.1 Calcul d'un rapport trigonométrique

Remarque. Pour calculer un sinus, cosinus ou tangente, il faut veiller à ce que la calculatrice soit en mode "degré". On utilise les touches : **cos** **3** **8** **EXE** pour trouver, en arrondissant au centième, $\cos 38 \approx 0,79$.

Exemple : Calculer :

a) sin 12°　　b) cos 24°　　c) tan 55°

Propriété
Le sinus et le cosinus d'un angle aigu sont des nombres compris entre 0 et 1.

Démonstration. □

2.2 Calcul d'un angle

Connaissant le sinus ou le cosinus d'un angle aigu, on peut retrouver à l'aide de la calculatrice une valeur approchée de la mesure de cet angle.

Exemple : Donner un arrondis à l'unité de l'angle $\hat{D}$ tel que $\cos \hat{D} = 0,31$. On utilise les touches : **2nde** **cos** **0** **.** **3** **1** **EXE**. On rédige alors :
$\cos \hat{D} = 0,31$ donc $\hat{D} \approx 72$.
Donner la mesure des angles tels que :

a) $\cos \hat{A} = 0,27$　　b) $\sin \hat{B} = \frac{1}{2}$　　c) $\tan \hat{C} = 0,77$

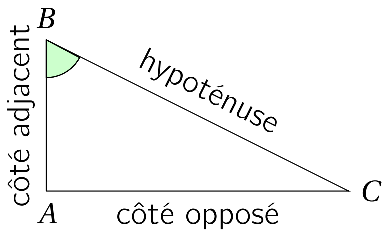
3 Triangle rectangle et trigonométrie

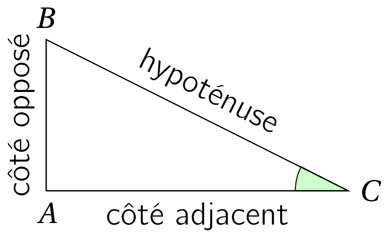
Exemple n° 2.

3.1 Vocabulaire

Définition
Si ABC est rectangle en A :

Angle $\hat{B}$:	Angle $\hat{C}$:
$[BC]$ est l'hypoténuse ;	$[BC]$ est l'hypoténuse ;
$[AB]$ est le côté adjacent à l'angle $\hat{B}$;	$[AB]$ est le côté opposé à l'angle $\hat{C}$
$[AC]$ est le côté opposé à l'angle $\hat{B}$;	$[AC]$ est le côté adjacent à l'angle $\hat{C}$





Exemple : Pour le triangle LOM rectangle en L :

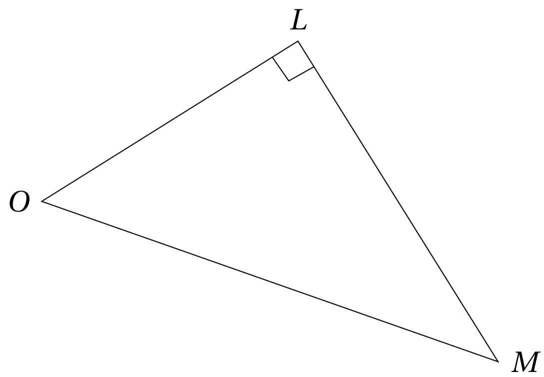
$[OM]$ est l'hypoténuse,

$[LM]$ est le côté adjacent à l'angle $\hat{M}$,

$[LO]$ est le côté opposé à l'angle $\hat{M}$.

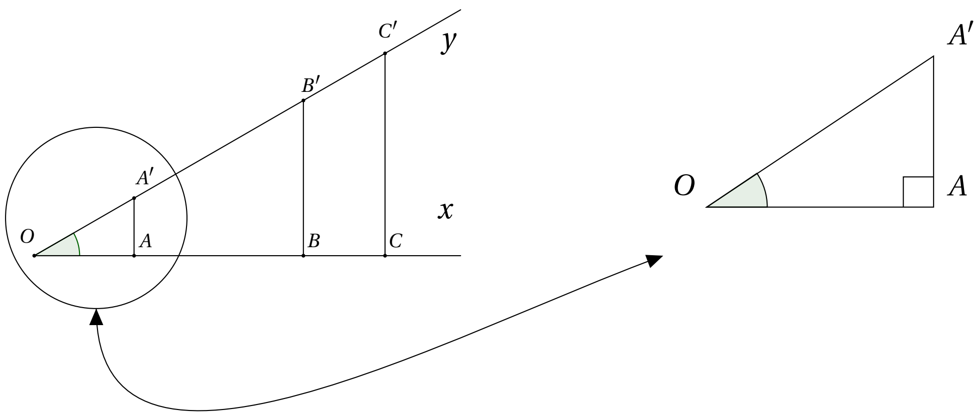
Pour l'angle $\hat{O}$ le côté opposé est $[LM]$,

le côté adjacent est $[OL]$.



3.2 Formules trigonométriques dans un triangle rectangle

Les formules trigonométriques ne s'appliquent qu'aux angles *aigus* d'un triangle rectangle !



(**Exercice n°1.**)

$$\cos\widehat{xOy} = \frac{OA'}{0A} = \frac{OB'}{OB} = \frac{OC'}{OC}$$
$$\sin\widehat{xOy} = \frac{AA'}{0A} = \frac{BB'}{OB} = \frac{CC'}{OC}$$
$$\tan\widehat{xOy} = \frac{AA'}{0A'} = \frac{BB'}{OB'} = \frac{CC'}{OC'}$$

Pour un triangle rectangle en A :

$$\cos\widehat{xOy} = \frac{OA'}{0A} = \frac{\textit{côté adjacent}}{\textit{hypoténuse}}$$
$$\sin\widehat{xOy} = \frac{AA'}{0A} = \frac{\textit{côté opposé}}{\textit{hypoténuse}}$$
$$\tan\widehat{xOy} = \frac{AA'}{0A'} = \frac{\textit{côté opposé}}{\textit{côté adjacent}}$$

Définition

Dans un triangle rectangle, pour tout angle aigu $\hat{A}$, on définit les rapports suivant :

- $\cos\ \hat{A} = \dfrac{\textit{côté adjacent}}{\textit{hypoténuse}}$
- $\sin\hat{A} = \dfrac{\textit{côté opposé}}{\textit{hypoténuse}}$
- $\tan\hat{A} = \dfrac{\textit{côté opposé}}{\textit{côté adjacent}}$ (attention $\hat{A} \neq 90°$)

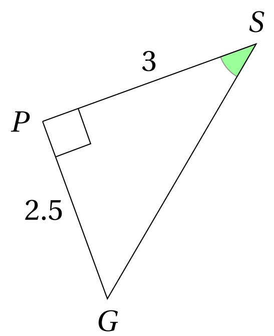
Slogan !

SOHCAHTOA ou CAHSOHTOA...

Exemple n° 3. **Exemple n° 4.**

4 Applications

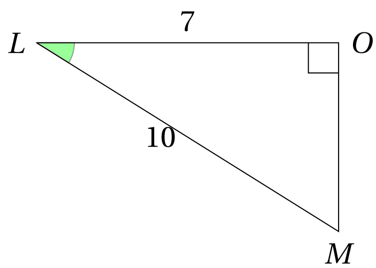
4.1 Calculer un angle



Le triangle PSG est rectangle en P, donc :

$$\tan\hat{S} = \frac{PG}{PS} = \frac{2,5}{3}$$

Ainsi : $\hat{S} \approx 39,8°$.



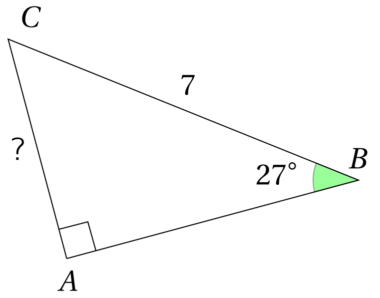
Le triangle LOM est rectangle en O, donc :

$$\cos\hat{L} = \frac{7}{10}$$

Donc : $\hat{L} \approx 45,6°$

4.2 Calculer une longueur

Connaissant un côté et un angle aigu dans un triangle *rectangle*, on peut calculer la longueur d'un côté.



Le triangle ABC est rectangle en A. On cherche le rapport trigonométrique mettant en relation l'angle donné et le côté connu :

☞ angle connu : $\hat{B}$

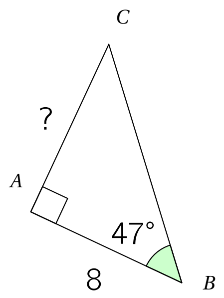
☞ côté connu : $[BC]$ (hypoténuse)

☞ côté cherché : $[AC]$ (côté opposé)

Le rapport utile est donc : $\sin \hat{B}$.

$$\sin \hat{B} = \frac{AC}{CB}$$
$$AC = \sin \hat{B} \times CB$$
$$AC = 7 \times \sin 27$$
$$AC \approx 3,18$$

Exemple : Calculer la longueur $[AB]$:



Le triangle ABC est rectangle en A, donc en utilisant la tangente :

$$\tan \hat{B} = \frac{AC}{AB}$$
$$\text{donc : } AB = \frac{AC}{\tan \hat{B}} = \frac{8}{\tan 47} \approx 7,46$$