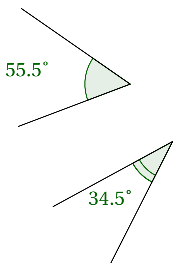
Chapitre 6 : Angles et parallélisme

1 Rappel sur les angles

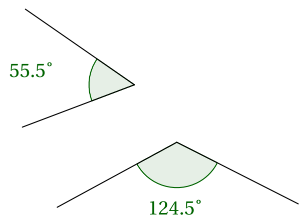
1.1 Angles complémentaires, supplémentaires

Définition

Deux angles *complémentaire* ont pour somme 90°.



Deux angles *supplémentaires* ont pour somme 180°.

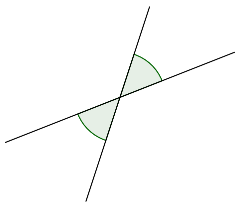


1.2 Angles opposés par le sommet, adjacents

Définition

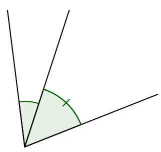
Angles *opposés par le sommet* :

- Sommet commun ;
- côtés dans le prolongement l'un de l'autre.



Angles *adjacents* :

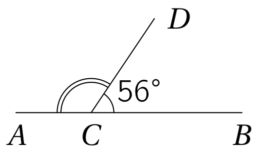
- Sommet commun ;
- côté commun ;
- de part et d'autre du côté commun.



Propriété
Deux angles opposés par le sommet sont égaux.

Démonstration. Deux angles opposés par le sommet sont supplémentaires d'un même angle. □

Exemple n° 1. A, C et B sont alignés.



On sait que : Les angles $\widehat{ACB}$ et $\widehat{DCB}$ sont supplémentaires

Donc : $\widehat{ACB} = 180° - \widehat{DCB}$

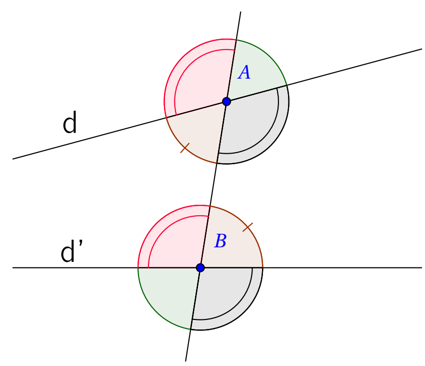
$\widehat{ACB} = 180° - 56 = 124°$

2 Deux droites et une sécante

2.1 Angles particuliers

Définition
Si une droite sécante (AB) coupe deux droites (d) et (d'), on forme huit angles.

- On appelle angles *alternes-internes* (respectivement *alternes-externes*), deux angles situés de part et d'autre de (AB), à l'intérieur des deux droite (resp. à l'extérieur des deux droites) et non opposés par le sommet.
- On appelle angles *correspondants* deux angles situés du même côté de (AB), non adjacents, l'un étant à l'intérieur des deux droites, l'autre à l'extérieur.



Exemple n° 2.

2.2 parallélisme

Théorème
Si deux droites parallèles sont coupée par une même sécante, alors :

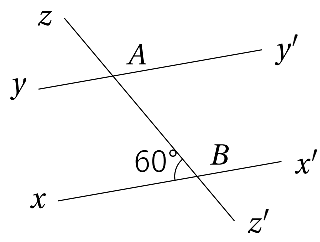
- Les angles alternes internes sont égaux ;
- les angles correspondants sont égaux.

Démonstration. (admis) □

Ce théorème permet de déterminer la mesure d'angles si on sait que deux droites sont parallèles.

Exemple n° 3.
Les droites (xx') et (yy') sont parallèles.
Donner en justifiant soigneusement la mesure de $\widehat{BAy'}$

On sait que :	Les angles $\widehat{BAy'}$ et $\widehat{ABx}$ sont alternes-internes Les droites (xx') et (yy') sont parallèles
Or :	si deux droites parallèles sont coupées par une sécante, elles forment des angles alterne-internes égaux.
Donc :	$\widehat{BAy'} = \widehat{ABx} = 60°$

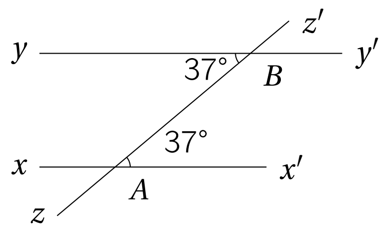


Théorème *Réciproque*
Si deux droites sont coupées par une même sécante forment deux angles alternes-internes ou deux angles correspondant égaux, alors elles sont parallèles entre elles.

Démonstration. (admis) □

Cette réciproque permet de montrer que deux droites sont parallèles si on connaît la mesure d'angles.

Exemple n° 4.



On sait que :	Les angles $\widehat{yBA}$ et $\widehat{BAx'}$ sont alternes-internes ; de plus, $\widehat{yBA} = \widehat{BAx'}$.
Or :	si deux droites coupées par une sécante forment des angles alternes-internes égaux, alors elles sont parallèles.
Donc :	$(xx') /\!/ (yy')$

3 Application

Théorème
Dans un triangle le somme des angles fait 180°.

Démonstration. Soit ABC un triangle, on trace la parallèle à (BC) passant par A. Les angles alternes internes formés par les droites sécantes (AB) et (AC) sont égaux d'après la propriété précédente. Et il vient que la somme des angle du triangle est égale à 180°.