

Chapitre 2 : Symétrie axiale et centrale

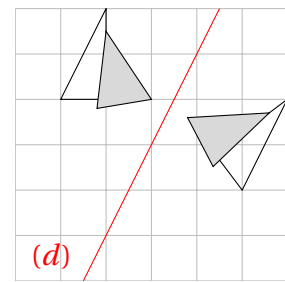
1 Rappel : symétrie axiale

1.1 Symétrique d'une figure

Définition

Deux figures sont symétriques par rapport à une droite (d) lorsqu'elles se superposent par pliage suivant la droite (d) .

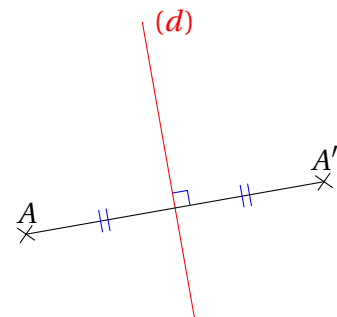
Cette droite est appelée *l'axe de symétrie*.



1.2 Symétrique d'un point

Définition

Deux points A et A' sont symétriques par rapport à une droite (d) signifie que la droite (d) est la médiatrice du segment $[AA']$.



Exemple n° 1.

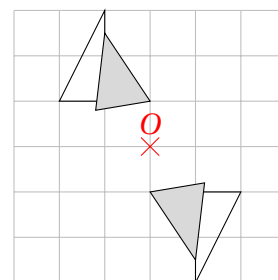
Exemple n° 2.

2 Symétrie centrale

2.1 Symétrique d'une figure

Définition

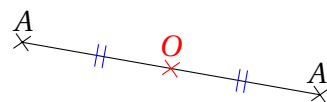
Deux figures sont symétriques par rapport à un point si elles se superposent par demi-tour autour de ce point. Ce point est appelé le *centre de symétrie*.



2.2 Symétrique d'un point

Définition

Le symétrique d'un point A par rapport à un point O est le point A' tel que O soit le milieu de $[AA']$. On dit aussi que A et A' sont symétriques par rapport à O .



Remarque. Le symétrique du point O par rapport au point O est le point O lui-même.

2.3 Symétrique d'un segment

Propriété

Le symétrique d'un segment par rapport à un point O est un segment parallèle et de même longueur.

Démonstration. (idée) les segments se superposent par demi-tour. □

Exemple n° 3.

Remarque. Le symétrique d'une droite par rapport à un point est une droite parallèle.

2.4 Symétrique d'un angle

Propriété

Le symétrique d'un angle par rapport à un point est un angle de même mesure.

Démonstration. (idée) superposition des angles par demi-tour. □

Exemple n° 4.

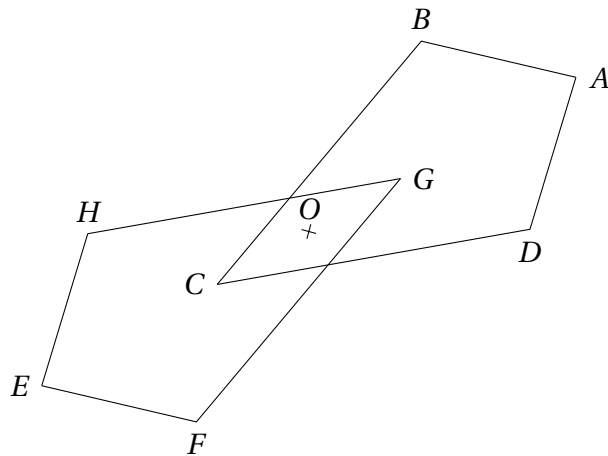
Remarque. La symétrie centrale conserve les mesures de longueur, d'angles et les aires.

3 Applications

3.1 Trouver une longueur

Exemple n° 5. Les quadrilatères $ABCD$ et $EFGH$ sont symétriques par rapport à O . On a :

- $AB = BC = 3\text{ cm}$;
- $CD = CA = 6\text{ cm}$;
- $\widehat{BCD} = 40^\circ$;
- $AC = 6.7\text{ cm}$;
- $(AC) \perp (BD)$.



1. Déterminer la longueur EF .

On sait que : $[EF]$ est le symétrique de $[AB]$ par rapport à O .
Or : le symétrique d'un segment par rapport à un point est un segment de même mesure.
Donc : $EF = AB = 3\text{ cm}$

2. Déterminer la longueur HG .

3. De quelle diagonale de $EFGH$ peut-on déterminer la longueur ? Préciser sa longueur.

3.2 Trouver un angle

Exemple n° 6. Avec la figure précédente répondre aux questions suivantes :

1. Déterminer la mesure de l'angle \widehat{HGF} .

On sait que : \widehat{HGF} est le symétrique de \widehat{DCB} par rapport à O .
Or : le symétrique d'un angle par rapport à un point est un angle de même mesure.
Donc : $\widehat{HGF} = \widehat{DCB} = 40^\circ$

2. Montrer que : $(HF) \perp (EG)$.

3. Que dire des droites (HE) et (AD) ?

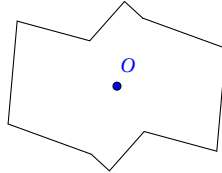
4 Centres et axes de symétrie

4.1 Centre de symétrie

Définition

Un point O est le centre de symétrie d'une figure si cette figure est sa propre symétrique par rapport à ce point.

Exemple :



4.2 Axe de symétrie

Définition

Une droite est un axe de symétrie d'une figure si cette figure est sa propre symétrique par rapport à cette droite.

Exemple :

